





### सामान्य निर्देश:

निम्नलिखित निर्देशों को बहुत सावधानी से पढ़िए और उनका सख्ती से पालन कीजिए :

- (i) इस प्रश्न-पत्र के तीन खण्ड हैं – खण्ड क, ख तथा ग ।
- (ii) प्रत्येक खण्ड अनिवार्य है ।
- (iii) खण्ड क में 6 लघु उत्तर I प्रकार के प्रश्न हैं जिनमें प्रत्येक के 2 अंक हैं ।
- (iv) खण्ड ख में 4 लघु उत्तर II प्रकार के प्रश्न हैं जिनमें प्रत्येक के 3 अंक हैं ।
- (v) खण्ड ग में 4 दीर्घ-उत्तरीय प्रकार के प्रश्न हैं जिनमें प्रत्येक के 4 अंक हैं ।
- (vi) कुछ प्रश्नों में आंतरिक विकल्प दिया गया है ।
- (vii) प्रश्न सं. 14 एक प्रकरण-अध्ययन आधारित प्रश्न है जिसमें दो भाग हैं । प्रत्येक भाग के 2 अंक हैं ।

### खण्ड क

प्रश्न संख्या 1 से 6 तक प्रत्येक प्रश्न के 2 अंक हैं ।

1. एक थैले में 3 लाल और 4 सफेद गेंदें हैं । इस थैले से तीन गेंदें यादृच्छया एक-एक करके और बिना प्रतिस्थापन के, निकाली जाती हैं । यदि पहली गेंद लाल रंग की हो, तो बाकी दोनों गेंदों के लाल रंग की होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए । 2

2. एक सिक्का दो बार उछाला जाता है । निम्नलिखित तालिका में पटों की संख्या का प्रायिकता बंटन दिखाया गया है :

X	0	1	2
P(X)	K	6K	9K

- (क) K का मान ज्ञात कीजिए ।
- (ख) क्या यह सिक्का अभिनत या अनभिनत है ? अपने उत्तर का औचित्य दीजिए । 2
3. एक समतल पर बिन्दु  $(-2, -1, -3)$  से डाले गए लम्ब के पाद के निर्देशांक  $(1, -3, 3)$  हैं । समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए । 2

4. (क) यदि  $|\vec{a} \times \vec{b}|^2 + |\vec{a} \cdot \vec{b}|^2 = 400$  और  $|\vec{b}| = 5$  है, तो  $|\vec{a}|$  का मान ज्ञात कीजिए । 2

### अथवा

- (ख) परिमाण  $5\sqrt{3}$  वाले वे सभी संभव सदिश ज्ञात कीजिए जो निर्देशांक-अक्षों के साथ एकसमान कोण बनाते हैं । 2



### General Instructions :

Read the following instructions very carefully and strictly follow them :

- (i) This question paper contains **three** sections – **Section A, B and C**.
- (ii) Each section is **compulsory**.
- (iii) **Section A** has **6** short answer type I questions of **2** marks each.
- (iv) **Section B** has **4** short answer type II questions of **3** marks each.
- (v) **Section C** has **4** long answer type questions of **4** marks each.
- (vi) There is an internal choice in some questions.
- (vii) Question no. **14** is a case-study based question with 2 sub-parts of **2** marks each.

### SECTION A

Questions number **1** to **6** carry **2** marks each.

1. A bag contains 3 red and 4 white balls. Three balls are drawn at random, one-by-one without replacement from the bag. If the first ball drawn is red in colour, then find the probability that the remaining two balls drawn are also red in colour. 2
  
2. A coin is tossed twice. The following table shows the probability distribution of number of tails :

X	0	1	2
P(X)	K	6K	9K

  - (a) Find the value of K.
  - (b) Is the coin tossed biased or unbiased ? Justify your answer. 2
  
3. The foot of a perpendicular drawn from the point  $(-2, -1, -3)$  on a plane is  $(1, -3, 3)$ . Find the equation of the plane. 2
  
4. (a) If  $|\vec{a} \times \vec{b}|^2 + |\vec{a} \cdot \vec{b}|^2 = 400$  and  $|\vec{b}| = 5$ , then find the value of  $|\vec{a}|$ . 2

**OR**

- (b) Find all the possible vectors of magnitude  $5\sqrt{3}$  which are equally inclined to the coordinate axes. 2



5. अवकल समीकरण  $\sec^2 x \cdot \tan y \, dx + \sec^2 y \cdot \tan x \, dy = 0$  का व्यापक हल ज्ञात कीजिए । 2

6. मान ज्ञात कीजिए : 2

$$\int_0^1 x^2 e^x \, dx$$

### खण्ड ख

प्रश्न संख्या 7 से 10 तक प्रत्येक प्रश्न के 3 अंक हैं ।

7. समाकलन के प्रयोग से, क्षेत्र  $\{(x, y) : x^2 \leq y \leq x + 2\}$  का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए । 3

8. (क) ज्ञात कीजिए : 3

$$\int \frac{1}{e^x + 1} \, dx$$

अथवा

(ख) मान ज्ञात कीजिए : 3

$$\int_1^4 \{ |x| + |3 - x| \} \, dx$$

9. यदि  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  और  $\vec{c}$ , एकसमान परिमाण के परस्पर लम्बवत् सदिश हैं, तो सिद्ध कीजिए कि सदिश  $(2\vec{a} + \vec{b} + 2\vec{c})$ , सदिश  $\vec{a}$  और  $\vec{c}$  के साथ एकसमान कोण बनाता है । सदिशों  $\vec{a}$  और  $(2\vec{a} + \vec{b} + 2\vec{c})$  के बीच का कोण भी ज्ञात कीजिए । 3

10. (क) यदि एक रेखा  $x$ -अक्ष तथा  $z$ -अक्ष की धनात्मक दिशाओं से क्रमशः  $60^\circ$  तथा  $45^\circ$  के कोण बनाती है, तो वह कोण ज्ञात कीजिए जो यह रेखा  $y$ -अक्ष की धनात्मक दिशा से बनाती है । अतः रेखा की दिक्-कोसाइन लिखिए । 3

अथवा

(ख) जाँच कीजिए कि क्या रेखाएँ  $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$  और  $\frac{x-4}{5} = \frac{y-1}{2} = z$

विषमतलीय हैं या नहीं । 3



5. Find the general solution of the differential equation  
 $\sec^2 x \cdot \tan y \, dx + \sec^2 y \cdot \tan x \, dy = 0.$  2

6. Evaluate : 2  
$$\int_0^1 x^2 e^x \, dx$$

### SECTION B

Questions number 7 to 10 carry 3 marks each.

7. Find the area of the region  $\{(x, y) : x^2 \leq y \leq x + 2\}$ , using integration. 3

8. (a) Find : 3  
$$\int \frac{1}{e^x + 1} \, dx$$

OR

(b) Evaluate : 3  
$$\int_1^4 \{ |x| + |3 - x| \} \, dx$$

9. If  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  and  $\vec{c}$  are mutually perpendicular vectors of equal magnitude, then prove that the vector  $(2\vec{a} + \vec{b} + 2\vec{c})$  is equally inclined to both  $\vec{a}$  and  $\vec{c}$ . Also, find the angle between  $\vec{a}$  and  $(2\vec{a} + \vec{b} + 2\vec{c})$ . 3

10. (a) If a line makes  $60^\circ$  and  $45^\circ$  angles with the positive directions of x-axis and z-axis respectively, then find the angle that it makes with the positive direction of y-axis. Hence, write the direction cosines of the line. 3

OR

(b) Check whether the lines  $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$  and  $\frac{x-4}{5} = \frac{y-1}{2} = z$  are skew or not. 3



### खण्ड ग

प्रश्न संख्या 11 से 14 तक प्रत्येक प्रश्न के 4 अंक हैं।

11. समतलों  $\vec{r} \cdot (\hat{i} + 3\hat{j}) = 6$  और  $\vec{r} \cdot (3\hat{i} - \hat{j} - 4\hat{k}) = 0$  की प्रतिच्छेदन रेखा से गुज़रने वाले और मूल-बिन्दु से 1 इकाई की दूरी वाले समतलों के समीकरण ज्ञात कीजिए। 4

12. (क) अवकल समीकरण  $x \frac{dy}{dx} + y + \frac{1}{1+x^2} = 0$  का विशिष्ट हल ज्ञात कीजिए, दिया गया है कि  $y(1) = 0$ . 4

अथवा

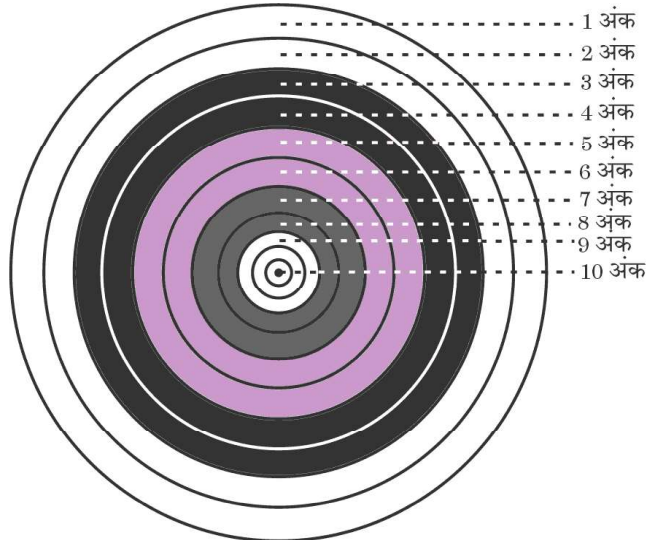
(ख) अवकल समीकरण  $x(y^3 + x^3) dy = (2y^4 + 5x^3y) dx$  का व्यापक हल ज्ञात कीजिए। 4

13. मान ज्ञात कीजिए : 4

$$\int_0^{\pi/2} (2 \log \cos x - \log \sin 2x) dx$$

### प्रकरण-अध्ययन आधारित प्रश्न

14. तीरंदाज़ी के खेल में, तीरंदाज़ी लक्ष्य की प्रत्येक रिंग के लिए अंक निर्धारित किए गए हैं। केंद्रीय रिंग के 10 अंक और बाकी सभी रिंगों को 9 से 1 अंक, बाहर की ओर अनुक्रमिक क्रम में, दिए गए हैं। तीरंदाज़ A के 10 अंक प्राप्त करने की प्रायिकता 0.8 और तीरंदाज़ B के 10 अंक प्राप्त करने की प्रायिकता 0.9 है।



उपरोक्त सूचना के आधार पर, निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

यदि दोनों तीरंदाज़, तीरंदाज़ी लक्ष्य को निशाना बनाते हैं, तो प्रायिकता ज्ञात कीजिए, जब

(क) केवल एक ही तीरंदाज़ 10 अंक प्राप्त करता है। 2

(ख) दोनों तीरंदाज़ 10 अंक प्राप्त करते हैं। 2



### SECTION C

Questions number 11 to 14 carry 4 marks each.

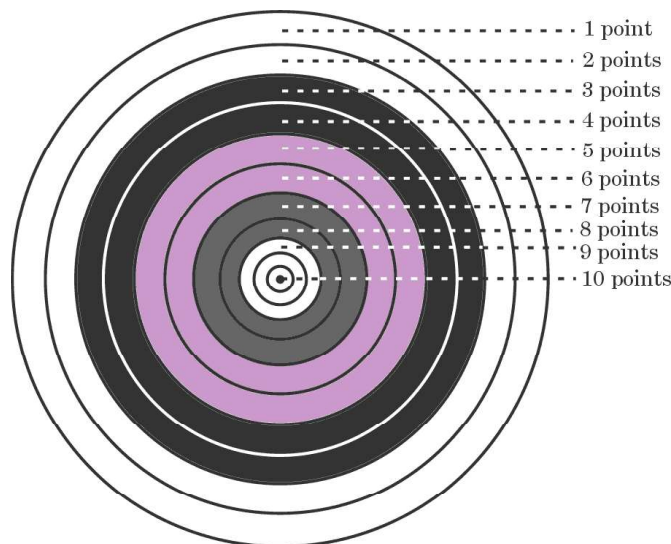
11. Find the equations of the planes passing through the line of intersection of the planes  $\vec{r} \cdot (\hat{i} + 3\hat{j}) = 6$  and  $\vec{r} \cdot (3\hat{i} - \hat{j} - 4\hat{k}) = 0$ , which are at a distance of 1 unit from the origin. 4
12. (a) Find the particular solution of the differential equation  $x \frac{dy}{dx} + y + \frac{1}{1+x^2} = 0$ , given that  $y(1) = 0$ . 4

**OR**

- (b) Find the general solution of the differential equation  $x(y^3 + x^3) dy = (2y^4 + 5x^3y) dx$ . 4
13. Evaluate : 4
- $$\int_0^{\pi/2} (2 \log \cos x - \log \sin 2x) dx$$

### Case-Study Based Question

14. In a game of Archery, each ring of the Archery target is valued. The centremost ring is worth 10 points and rest of the rings are allotted points 9 to 1 in sequential order moving outwards. Archer A is likely to earn 10 points with a probability of 0.8 and Archer B is likely to earn 10 points with a probability of 0.9.



Based on the above information, answer the following questions :

If both of them hit the Archery target, then find the probability that

- (a) exactly one of them earns 10 points. 2
- (b) both of them earn 10 points. 2