

**First Term Examination, 2016-17****Subject : Mathematics****Class : XII****Time : 3 Hrs.]****[M. M. : 100****General Instructions :**

- All questions are compulsory.
- Questions 1-4 in section A carrying 1 mark each.
- Questions 5-12 in section B carrying 2 marks each.
- Questions 13-23 in section C carrying 4 marks each.
- Questions 24-29 in section D carrying 6 marks each.

**सामान्य निर्देश—**

- सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।
- खण्ड अ के प्रश्न 1-4 के लिए 1 अंक निर्धारित है।
- खण्ड ब के प्रश्न 5-12 के लिए 2 अंक निर्धारित हैं।
- खण्ड स के प्रश्न 13-23 के लिए 4 अंक निर्धारित हैं।
- खण्ड द के प्रश्न 24-29 के लिए 6 अंक निर्धारित हैं।

**Section-A****खण्ड-अ**

1. If  $f(x) = x^2$ ,  $g(x) = 2x + 3$ , find  $f \circ g(1)$ .

यदि  $f(x) = x^2$ ,  $g(x) = 2x + 3$ ,  $f \circ g(1)$  का मान ज्ञात कीजिए।

2. If  $A = \begin{bmatrix} 3-\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 6 \end{bmatrix}$  is a scalar matrix, find  $\lambda$ .

यदि  $A = \begin{bmatrix} 3-\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 6 \end{bmatrix}$  एक अदिश आव्यूह है, तो  $\lambda$  ज्ञात कीजिए।

3. Evaluate:  $[2 \ 3 \ 4] \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$

मान ज्ञात कीजिए:  $[2 \ 3 \ 4] \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$

4. Evaluate:  $\int \frac{1}{(2x+x \log x)} dx$ .

मान ज्ञात कीजिए-

$$\int \frac{1}{(2x+x \log x)} dx$$

Section-B

खण्ड-ब

5. Form the differential equation of the family of lines passing through the origin.

उन सभी रेखाओं के परिवार का अवकलन समीकरण ज्ञात कीजिए जो शून्यक से गुजरती हो।

6. Evaluate:  $\int \frac{\sin x}{\sin(x-a)} dx$ .

ज्ञात कीजिए:  $\int \frac{\sin x}{\sin(x-a)} dx$ .

7. If  $y = x^{\sin x}$ , find  $\frac{dy}{dx}$ .

यदि  $y = x^{\sin x}$ ,  $\frac{dy}{dx}$  ज्ञात कीजिए।

$\sin u \cos a - \cos u \sin a$   
 $\sin(u-a)$   
 $\sin(u-a) = \sin u \cos a - \cos u \sin a$

$2 + \log u - t$

$\frac{1}{x(2 + \log x)}$

$\frac{\sin u}{\sin u \cos a - \cos u \sin a}$   
 $\frac{\sin u}{\sin(u-a)}$

$\frac{1}{\sin u}$

$\sin a$   
 $a$   
 $x^{n-a} = x$   
 $n = a$

$\log$

$\log(\sin u) + c$

8. If  $A = \begin{bmatrix} x & 2 \\ 2 & x \end{bmatrix}$  and  $|A^4| = 625$ , find the value (s) of  $x$ .

यदि  $A = \begin{bmatrix} x & 2 \\ 2 & x \end{bmatrix}$  और  $|A^4| = 625$ ,  $x$  के मान ज्ञात कीजिए।

9. Write  $\begin{bmatrix} 5 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$  as sum of symmetric and skew symmetric matrix.

$\begin{bmatrix} 5 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$  को सममित तथा विषम सममित आव्यूह के योग में लिखिए।

10. Solve:  $\tan^{-1}(x) + 2 \cot^{-1}(x) = \frac{2\pi}{3}$ .

हल कीजिए:  $\tan^{-1}(x) + 2 \cot^{-1}(x) = \frac{2\pi}{3}$ .

11. Find  $f \circ g(x)$  and  $g \circ f(x)$  when  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  and  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  are defined by  $f(x) = \sin x$  and  $g(x) = 5x^2$ .

$f \circ g(x)$  और  $g \circ f(x)$  ज्ञात कीजिए जब  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  और  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  परिभाषित हैं और  $f(x) = \sin x$  और  $g(x) = 5x^2$ .

12. Using differentials, evaluate  $\sqrt[3]{127}$ .

अवकलन का प्रयोग करते हुए  $\sqrt[3]{127}$  का मान ज्ञात कीजिए।

### Section-C

### खण्ड-स

13. Solve the differential equation:  $x \cos\left(\frac{y}{x}\right) dy = \left[ y \cos\left(\frac{y}{x}\right) + x \right] dx$ .

अवकलन समीकरण को हल कीजिए:  $x \cos\left(\frac{y}{x}\right) dy = \left[ y \cos\left(\frac{y}{x}\right) + x \right] dx$ .

14. Find the particular solution of the differential equation  $(1-x^2) \frac{dy}{dx} - xy = x^2$  given that  $y=2, x=0$ .

अवकलन समीकरण का विशिष्ट हल ज्ञात कीजिए।

$(1-x^2) \frac{dy}{dx} - xy = x^2$  दिया है  $y=2, x=0$ .



$$4y - 3 = x \left( \frac{48x - 41}{48} \right)$$

4

OR (अथवा)

Form the differential equation of all circles which touch the y-axis at the origin.

y- अक्ष को मूल बिन्दु पर स्पर्श करने वाले सभी वृत्तों का अवकलन समीकरण ज्ञात कीजिए।

15. Evaluate:  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin x + \cos x}{9 + 16 \sin 2x} dx$ .

मान ज्ञात कीजिए:  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin x + \cos x}{9 + 16 \sin 2x} dx$ .

OR (अथवा)

Evaluate:  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \log(1 + \tan x) dx$ .

मान ज्ञात कीजिए:  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \log(1 + \tan x) dx$ .

16. Find the intervals in which the function  $f(x) = \log(1+x) - \frac{x}{1+x}$  is strictly increasing or decreasing.

अंतराल ज्ञात कीजिए जिनमें फलन  $f(x) = \log(1+x) - \frac{x}{1+x}$  निरंतर वर्धमान या ह्रासमान है।

17. Find the equation of tangent to the curve  $y = \sqrt{3x-2}$  which is parallel to the line  $4x - 2y + 5 = 0$ .

वक्र  $y = \sqrt{3x-2}$  की स्पर्श रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए जो  $4x - 2y + 5 = 0$  के समांतर हो।

18. Verify Lagrange's mean value theorem for the function  $f(x) = (x-1)(x-2)(x-3)$  in  $[0, 4]$ .

फलन  $f(x) = (x-1)(x-2)(x-3)$  के लिए अंतराल  $[0, 4]$  पर लैग्रांज मध्यमान प्रमेय सत्यापित कीजिए।

OR (अथवा)

Find the values of  $a$  and  $b$  so that the function

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 + b, & x < 2 \\ 2, & x = 2 \\ 2ax - b, & x > 2 \end{cases} \text{ may be continuous.}$$

$$x^3 - x^2 + 2x - 3x^2 + 3x - 6$$

$$x^3 - 4x^2 + 6x - 6 = m(x - x_0)$$

$$x^2 - 2x - x + 2$$

$$(x^2 - x + 2)(x - 3)$$

a और b का मान ज्ञात कीजिए यदि

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 + b, & x < 2 \\ 2, & x = 2 \text{ सतत हो।} \\ 2ax - b, & x > 2 \end{cases}$$

19. If  $x = a(\cos t + \log \tan \frac{t}{2})$  and  $y = a \sin t$ , find  $\frac{d^2y}{dx^2}$ .

यदि  $x = a(\cos t + \log \tan \frac{t}{2})$  और  $y = a \sin t$  तो  $\frac{d^2y}{dx^2}$  ज्ञात कीजिए।

20. If  $y = a \cos(\log x) + b \sin(\log x)$ , prove that  $x^2y_2 + xy_1 + y = 0$ .

यदि  $y = a \cos(\log x) + b \sin(\log x)$  सिद्ध कीजिए  $x^2y_2 + xy_1 + y = 0$ .

21. Using properties of determinants, show that

$$\begin{vmatrix} b^2 + c^2 & ab & ac \\ ba & c^2 + a^2 & bc \\ ca & cb & a^2 + b^2 \end{vmatrix} = 4a^2b^2c^2$$

सारणिकों के गुणधर्मों का प्रयोग करके, दर्शाइए कि :

$$\begin{vmatrix} b^2 + c^2 & ab & ac \\ ba & c^2 + a^2 & bc \\ ca & cb & a^2 + b^2 \end{vmatrix} = 4a^2b^2c^2$$

22. Solve the equation for x:

$$\sin^{-1}\left(\frac{5}{x}\right) + \sin^{-1}\left(\frac{12}{x}\right) = \frac{\pi}{2}$$

x के लिए समीकरण हल कीजिए :

$$\sin^{-1}\left(\frac{5}{x}\right) + \sin^{-1}\left(\frac{12}{x}\right) = \frac{\pi}{2}$$

23. Evaluate:  $\int \frac{1-x^2}{x(1-2x)} dx$ .

मान ज्ञात कीजिए :  $\int \frac{1-x^2}{x(1-2x)} dx$ .



## Section-D

## खण्ड-द

24. Curves  $4x = y^2$  and  $4xy = k$  cut at right angle.  $\frac{k^2}{2}$  is the number of trees planted by students of a school in a day. Find the number of trees planted. How trees are beneficial to environment?

वक्र  $4x = y^2$  और  $4xy = k$  एक दूसरे को समकोण पर काटती हैं। यदि  $\frac{k^2}{2}$  उन वृक्षों की संख्या है जो एक विद्यालय के छात्र एक दिन में लगाते हैं, तो छात्रों ने कितने वृक्ष लगाए। पेड़ किस प्रकार पर्यावरण के लिए लाभदायक है?

25. Using integration find the area of region between two circles  $(x-2)^2 + y^2 = 4$  and  $x^2 + y^2 = 4$ .

दो वृत्तों  $(x-2)^2 + y^2 = 4$  और  $x^2 + y^2 = 4$  के बीच के क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

26. Let  $f: N \rightarrow Y$  be a function defined by  $f(x) = 4x^2 + 12x + 15$ , where  $Y$  is the range of  $f$ . Show that  $f$  is invertible and find inverse of  $f$ .

मान लीजिए कि  $f: N \rightarrow Y, f(x) = 4x^2 + 12x + 15$  द्वारा परिभाषित एक फलन है, जहाँ  $Y, f$  का परिसर है। सिद्ध कीजिए  $f$  व्युत्क्रमणीय है और  $f$  का प्रतिलोम ज्ञात कीजिए।

27. Use the product  $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 2 & -4 \\ -4 & 2 & -4 \\ 2 & -1 & 5 \end{bmatrix}$  to solve the system of equations

$$x - y = 3$$

$$2x + 3y + 4z = 17$$

$$y + 2z = 7$$

- गुणन  $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 2 & -4 \\ -4 & 2 & -4 \\ 2 & -1 & 5 \end{bmatrix}$  का प्रयोग करके समीकरणों को हल कीजिए।

$$x - y = 3$$

$$2x + 3y + 4z = 17$$

$$y + 2z = 7$$

$$\sqrt{4 - (x-2)^2} = \sqrt{4 - x^2}$$

$$(x-2)^2 + (y-0)^2 = 2^2$$

$$(x-0)^2 + (y-0)^2 = 2^2$$

$$y^2 = 4 - x^2$$

$$y = \sqrt{4 - x^2}$$



